校種	中・高・特中・特高	受験番号	

⑤　中学校・高等学校　　数　　学　解答例

（解答にあたっては，計算が必要なものはすべて途中の計算も書くこと）

（ 1 ～ 3 はすべての受験者が解答すること）

1

（1）	4点 $m=3$ のとき，①は $x^2+6x+5>0$ $(x+1)(x+5)>0$ よって，$x<-5$，$-1<x$ ……（答）
（2）	4点 2次方程式 $x^2+2mx+m+2=0$ の判別式を D とすると， $\dfrac{D}{4}=m^2-(m+2)=m^2-m-2=(m+1)(m-2)$ ①の x^2 の係数が正であるから，その解がすべての実数であるのは $\dfrac{D}{4}<0$ のときである。 $(m+1)(m-2)<0$ より　$-1<m<2$ ……（答）
（3）	4点 条件を満たすためには，次の（ⅰ）～（ⅲ）が同時に成り立てばよい。 （ⅰ）(2)で用いた判別式 $D>0$ である。 （ⅱ）グラフの軸が正である。 （ⅲ）グラフと y 軸の交点の y 座標が正である。 （ⅰ）より $(m+1)(m-2)>0$　よって，$m<-1,\ 2<m$ ……② （ⅱ）より $-m>0$　よって，$m<0$ ……③ （ⅲ）より $m+2>0$　よって　$m>-2$ ……④ ②，③，④より　$-2<m<-1$ ……（答）
（4）	4点 $y=0$ としたときの x の値は，$x^2+2mx+m+2=0$ より $x=-m\pm\sqrt{m^2-m-2}$ よって，線分ABの長さは $AB=(-m+\sqrt{m^2-m-2})-(-m-\sqrt{m^2-m-2})=2\sqrt{m^2-m-2}$ 条件より，$2\sqrt{m^2-m-2}\geqq 8$ 整理すると，$m^2-m-18\geqq 0$ よって，求める定数 m の値の範囲は $m\leqq\dfrac{1-\sqrt{73}}{2}$，$\dfrac{1+\sqrt{73}}{2}\leqq m$ ……（答）

校種	中・高・特中・特高	受験番号	

⑤　中学校・高等学校　　数　　学　解答例

（解答にあたっては，計算が必要なものはすべて途中の計算も書くこと）

2

（1）①　4点

4 人の手の出し方は 3^4 通りあり，これらは同様に確からしい。
2 人が勝つとき，その 2 人の組み合わせは ${}_4C_2$ 通りあり，勝つ手は 3 通りあるから，
求める確率は

$$\frac{{}_4C_2\times3}{3^4}=\frac{2}{9}$$

（1）②　4点

余事象を考える。あいこにならないのはグー，チョキ，パーのうちちょうど 2 種類の手が出るときである。どの 2 種類がでるかが ${}_3C_2$ 通り。グーとチョキが出て勝負が決まるときの手の出し方は，全員が「グーまたはチョキ」であり「全員がグー」と「全員がチョキ」が不適であるから，2^4-2 通りある。

よってあいこにならない確率は　$\dfrac{3\times(2^4-2)}{3^4}=\dfrac{14}{27}$

したがって，求める確率は　$1-\dfrac{14}{27}=\dfrac{13}{27}$

（2）①　4点

12 個の正五角形の頂点の数は　5×12
20 個の正六角形の頂点の数は　6×20
1 つの頂点に 3 つの面が集まっているから，求める頂点の数は

$$\frac{5\times12+6\times20}{3}=60$$

（2）②　4点

12 個の正五角形の辺の数は　5×12
20 個の正六角形の辺の数は　6×20
1 つの辺に 2 つの面が集まっているから，求める辺の数は

$$\frac{5\times12+6\times20}{2}=90$$

3

（1）	2点 ２６	（2）	2点 ３	（3）	2点 －２	（4）	2点 ２６
（5）	2点 １３	（6）	3点 １６	（7）	3点 １６		

※（２）－３，（３）２でも正解

校種	中・高・特中・特高	受験番号	

⑤　中学校・高等学校　　数　　学　解答例

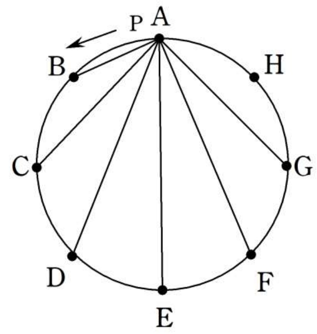
（解答にあたっては，計算が必要なものはすべて途中の計算も書くこと）

（中学校受験者のみ解答すること）

4

（１）　4点

線分 AP として考えられるのは，
線分 AB，AC，AD，AE，AF，AG の６通り。
この中で AC＝AG，　AD＝AF だから，
線分 AP の長さとして考えられるのは４通り。
よって，４通り……（答）



（２）　4点

△ APQ が直角三角形になる場合は，
（大，小）＝（１，３），（１，４），（２，２），（２，４），（３，１），（３，４），（４，１），（４，２），
（４，３），（４，５），（４，６），（５，４），６，４），（６，６）
の１４通り。大小２つのさいころの目の出方は全部で３６通りだから，
求める確率は，$\dfrac{14}{36}=\dfrac{7}{18}$ ……（答）

（３）　4点

右図のように，円の中心を O とすると，
点 O は線分 AE 上にある。点 F から線分 AE に
垂線 FI をひく。

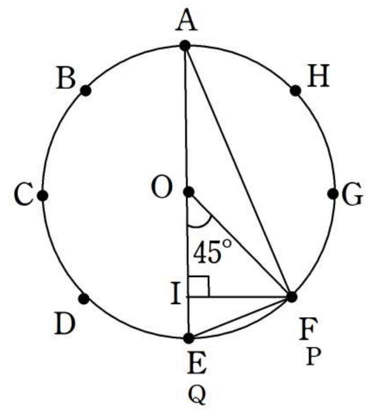
$\angle POQ=\angle FOE=360^\circ\times\dfrac{1}{8}=45^\circ$　より，

△OIF は直角二等辺三角形である。

よって $FI=\dfrac{1}{\sqrt{2}}OF=2\sqrt{2}$ （ｃｍ）

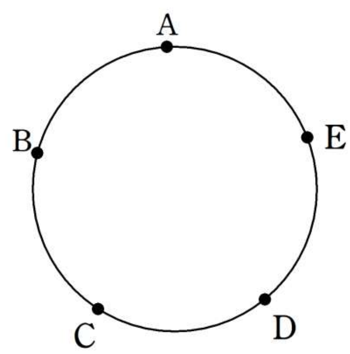
$\triangle APQ=8\times 2\sqrt{2}\times\dfrac{1}{2}$

$=8\sqrt{2}$ （cm^2）……（答）É



（４）　4点

△APQ が二等辺三角形になる場合は，
（大，小）＝（１，１），（１，２），（１，３），（１，６）
（２，１），（２，２），（２，４），（２，６）
（３，１），（３，３），（３，４），（３，６）
（４，２），（４，３），（４，４），（６，１）
（６，２），（６，３），（６，６）の１９通り。
よって，$\dfrac{19}{36}$ ……（答）



校種	中・高・特中・特高	受験番号	

⑤　中学校・高等学校　　数　　学　解答例

（解答にあたっては，計算が必要なものはすべて途中の計算も書くこと）

（中学校受験者のみ解答すること）

5

（１）	①	$x^3-4x^2+4x=0$ $x(x^2-4x+4)=0$ $x(x-2)^2=0$ $x=0\,,2$　……（答）	2点
	②	$x^4-6x^2+1=0$ $(x^4-2x^2+1)-4x^2=0$ $(x^2-1)^2-(2x)^2=0$ $(x^2+2x-1)(x^2-2x-1)=0$ $x=-1\pm\sqrt{2}\,,1\pm\sqrt{2}$ ……（答）	2点
（２）		$ax^2+bx+c=0$ 両辺を a でわる。 $x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$ $\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2}{4a^2}=-\frac{c}{a}$ $\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=-\frac{c}{a}+\frac{b^2}{4a^2}$ $\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$ $x+\frac{b}{2a}=\pm\sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}}$ $x+\frac{b}{2a}=\pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ $x=-\frac{b}{2a}\pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$	4点
（３）	①	$2n+1$，$2n+3$ は，３と５のように２つの続いた奇数を 表している。 したがって，１と９のように２つの続いていない奇数について，説明したことにならない。 すべての２つの奇数を表すためには，文字を２種類用いる必要がある。	4点
	②	m，n を整数とすると，２つの奇数は $2m+1$，$2n+1$ と表される。 したがって，２つの奇数の和は、 $(2m+1)+(2n+1)=2m+2n+2$ $=2(m+n+1)$ となる。 $m+n+1$ は整数であるから，$2(m+n+1)$ は偶数である。 したがって，２つの奇数の和は偶数になる。	4点

校種	中・高・特中・特高	受験番号	

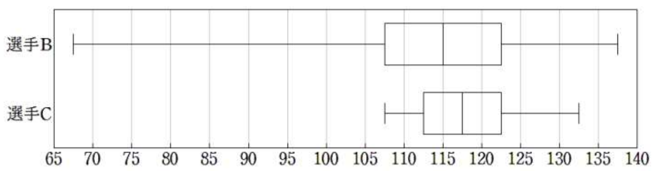
⑤　中学校・高等学校　　数　　学　解答例

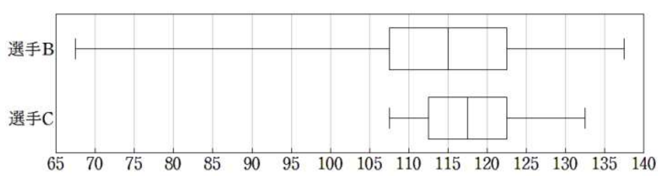
（解答にあたっては，計算が必要なものはすべて途中の計算も書くこと）

（中学校受験者のみ解答すること）

6

（１）	①	数学的活動	②	必要性	③	表やグラフ
	④	思考力	⑤	判断力	⑥	表現力
	⑦	観察	２点×５＝$\boxed{１０点}$　※④～⑥は全て正解して２点			

<table>
<tr><td rowspan="4">（２）</td><td>①</td><td>選手Ｂ　２０回のうち，真ん中は１０回目と１１回目なので，
１０回目は１１０ｍ以上１１５ｍ未満の階級の階級値なので，１１２．５ｍ
１１回目は１１５ｍ以上１２０ｍ未満の階級の階級値なので，１１７．５ｍ
よって，（１１２．５＋１１７．５）÷２＝１１５　　よって中央値は１１５ｍ
選手Ｃ　２０回のうち，真ん中は１０回目と１１回目なので，
１０回目，１１回目は１１５ｍ以上１２０ｍ未満の階級
よって，階級値は１１７．５ｍなので，中央値は１１７．５ｍ</td><td>２点</td></tr>
<tr><td>②</td><td>（解答例１）　選手Ｂ
選手Ｂの１３０ｍ以上の階級の相対度数が大きいため。また，最頻値を比べると，
選手Ｂが１２２．５ｍ，選手Ｃが１１７．５ｍとなり、選手Ｃよりも選手Ｂの方が大きいため。
（解答例２）選手Ｃ
選手Ｃの方が選手Ｂより中央値が大きく，１１５ｍ未満の相対度数が選手Ｃの方が小さいため。
また，選手Ｃの方が選手Ｂより範囲が小さく，最小値も選手Ｂより大きいため，選手Ｃの方が
選手Ｂよりも遠くに飛べる可能性が高いと考えるから。</td><td>３点</td></tr>
<tr><td>③</td><td>箱ひげ図　（四分位範囲も可）</td><td>２点</td></tr>
<tr><td>④</td><td>（解答例１）選手Ｃ
箱ひげ図を書くと、次のようになる。選手Ｃの方が中央値が大きく，全体の５０％が選手Ｃの方が右によっているため。


（解答例２）選手Ｂ
箱ひげ図を書くと、次のようになる。選手Ｂの方がひげが長く，遠くに飛んだ実績もあるため，条件次第では選手Ｃよりも選手Ｂの方が遠くに飛べる可能性が高いと考えるから。


（解答例３）選手Ｃ
四分位範囲を考えると，選手Ｂは第１四分位数１０５ｍ、第２四分位数１１５ｍ，第３四分位数１２２．５ｍとなり，四分位範囲は１７．５ｍとなる。選手Ｃは第１四分位数１１２．５ｍ、第２四分位数１１７．５ｍ，第３四分位数１２２．５ｍとなり，四分位範囲は１０ｍとなる。第３四分位数はどちらも変わらないが，選手Ｃの方が，第２四分位数が大きく，データの散らばり具合がせまいので，選手Ｃの方が選手Ｂよりも飛距離を出せる可能性が高いと考えるから。</td><td>３点</td></tr>
</table>

校種	中・高・特中・特高	受験番号	

⑤　中学校・高等学校　　数　　学　解答例

（解答にあたっては，計算が必要なものはすべて途中の計算も書くこと）

（高等学校受験者のみ解答すること）

7

（１）　４点

$$(a+b)^n={}_n\mathrm{C}_0a^n+{}_n\mathrm{C}_1a^{n-1}b+{}_n\mathrm{C}_2a^{n-2}b^2+\cdots\cdots$$
$$+{}_n\mathrm{C}_ra^{n-r}b^r+\cdots\cdots+{}_n\mathrm{C}_{n-1}ab^{n-1}+{}_n\mathrm{C}_nb^n$$

より，この式に $a=1$，$b=-1$ を代入すると

$$(1-1)^n={}_n\mathrm{C}_0+{}_n\mathrm{C}_1(-1)+{}_n\mathrm{C}_2(-1)^2+\cdots\cdots+{}_n\mathrm{C}_{n-1}(-1)^{n-1}+{}_n\mathrm{C}_n(-1)^n$$

よって，

$${}_n\mathrm{C}_0-{}_n\mathrm{C}_1+{}_n\mathrm{C}_2-\cdots\cdots+(-1)^{n-1}{}_n\mathrm{C}_{n-1}+(-1)^n{}_n\mathrm{C}_n=0$$

（２）　４点

$2x+y=k$ （kは実数）とおき，円 $x^2+y^2=4$ と直線 $2x+y-k=0$ が共有点を持つような実数 kの値の範囲を求める。

（原点と直線の距離）≦（円の半径）より

$$\frac{|\,2\cdot0+1\cdot0-k\,|}{\sqrt{2^2+1^2}}\leqq2$$

$$|k|\leqq2\sqrt{5}$$

$$-2\sqrt{5}\leqq k\leqq2\sqrt{5}$$

したがって，最大値 $2\sqrt{5}$ ……（答）É

（３）　４点

$\log_2 12^{100}=100\log_2(2^2\cdot3)=100(2+\log_2 3)=100(2+1.585)=358.5$

よって，$358<\log_2 12^{100}<359$ であるから　$2^{358}<12^{100}<2^{359}$

したがって，１０進数 12^{100} を２進数で表したときの桁数は　359 ……（答）

（４）　４点

$|\vec{a}-\vec{b}|=\sqrt{6}$ より　$|\vec{a}-\vec{b}|^2=6$　　よって　$|\vec{a}|^2-2\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{b}|^2=6$

$|\vec{a}|=1$，$|\vec{b}|=3$ より　$-2\vec{a}\cdot\vec{b}=-4$　　ゆえに　$\vec{a}\cdot\vec{b}=2$

ここで　$|\vec{a}+t\vec{b}|^2=|\vec{a}|^2+2t\vec{a}\cdot\vec{b}+t^2|\vec{b}|^2=1^2+2t\times2+t^2\times3^2=9t^2+4t+1=9\left(t+\dfrac{2}{9}\right)^2+\dfrac{5}{9}$

よって，$|\vec{a}+t\vec{b}|^2$ は $t=-\dfrac{2}{9}$ で最小値 $\dfrac{5}{9}$ をとる。

$|\vec{a}+t\vec{b}|\geqq0$ であるから，$|\vec{a}+t\vec{b}|^2$ が最小になるとき，$|\vec{a}+t\vec{b}|$ も最小になる。

したがって，$|\vec{a}+t\vec{b}|$ の最小値は　$\sqrt{\dfrac{5}{9}}=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$ ……（答）

校種	中・高・特中・特高	受験番号	

⑤　中学校・高等学校　　数　　学　解答例

（解答にあたっては，計算が必要なものはすべて途中の計算も書くこと）

（高等学校受験者のみ解答すること）

8

（１）	4点 $\mathrm{OT}=\overset{\frown}{\mathrm{TP}}=a\theta$
（２）	4点 $x=\mathrm{OT}-\mathrm{PQ}=a\theta-a\sin\theta\;=a(\theta-\sin\theta)$ $y=\mathrm{CT}-\mathrm{CQ}=a-a\cos\theta\;=a(1-\cos\theta)$
（３）	8点 $S=\int_0^{2\pi a}y\,dx$ また，$x=a(\theta-\sin\theta)$　より $dx=a(1-\cos\theta)d\theta$ x と θ の対応は右のようになる。 x：$0\to 2\pi a$ θ：$0\to 2\pi$ よって，置換積分法により $S=\int_0^{2\pi a}y\,dx$ $=\int_0^{2\pi}a(1-\cos\theta)\cdot a(1-\cos\theta)d\theta$ $=a^2\int_0^{2\pi}(1-\cos\theta)^2d\theta$ $=a^2\int_0^{2\pi}(1-2\cos\theta+\cos^2\theta)d\theta$ $=a^2\int_0^{2\pi}\left(1-2\cos\theta+\dfrac{1+\cos2\theta}{2}\right)d\theta$ $=a^2\left[\dfrac{3}{2}\theta-2\sin\theta+\dfrac{1}{4}\sin2\theta\right]_0^{2\pi}$ $=3\pi a^2$

校種	中・高・特中・特高	受験番号	

⑤　中学校・高等学校　　数　　学　解答例

（解答にあたっては，計算が必要なものはすべて途中の計算も書くこと）

（高等学校受験者のみ解答すること）

9

（１）	①	数学的活動	②	具体的	③	思考力
	④	判断力	⑤	表現力	⑥	構造
	⑦	多面的	２点×５＝$\boxed{１０点}$　※③～⑤は全て正解して２点			

（２）

【問題例】 $\boxed{５点}$

くじＡは 100 本中１本が当たりで賞金が 10000 円，くじＢは 100 本中５本が当たりで賞金が 1000 円である。くじＡとくじＢのどちらを選んだ方がより多くの賞金を得ることが期待できるか。

【解答例】 $\boxed{５点}$

くじＡを１本引くときの賞金額の期待値は

$$10000\times\frac{1}{100}+0\times\frac{99}{100}=100$$

くじＢを１本引くときの賞金額の期待値は

$$1000\times\frac{5}{100}+0\times\frac{95}{100}=50$$

以上から，くじＡの方が賞金額の期待値が大きいので，くじＢを引く方がより多くの賞金が期待できる。